



INSTITUTO PIAGET
Campus Académico de Vila Nova de Gaia
Escola Superior de Educação Jean Piaget

1ª Frequência de Matemática 1 - 1º Ano

Curso: Educação Básica

Turma: A

Duração: 1h45m

2º Sem. 2009/2010

28/04/2010

Atenção: * Indique todos os cálculos que efectuar. Justifique convenientemente as suas respostas.

* Esta avaliação é efectuada sem consulta. Não é permitida a utilização de calculadoras.

* Não resolva o teste a lápis nem utilize corrector.

1. **(7.0 val.)** Considere as seguintes proposições:

p : A Ana comeu uma laranja q : A Ana comeu uma pêra r : A Ana comeu uma maçã.

(a) Com as proposições anteriores, formule **uma** frase, em linguagem corrente, que contenha uma disjunção e uma implicação.

(b) Considere a seguinte proposição:

Se a Ana comeu uma maçã, então não comeu uma pêra e não comeu uma laranja.

i. Traduza-a para linguagem simbólica.

ii. Indique o seu valor lógico, sabendo que p e q são falsas e r é verdadeira.

iii. Negue-a, em linguagem corrente e em linguagem simbólica.

(c) Traduza para linguagem corrente as proposições:

i) $p \vee (\sim q \implies r)$;

ii) $p \wedge \sim q$

(d) Sabendo que a Ana comeu, pelo menos, uma das frutas e sabendo que a proposição

$$\sim p \wedge (\sim \sim p \vee \sim q)$$

é verdadeira, indique, justificando, qual(is) a(s) fruta(s) que ela comeu.

(e) Indique todas as conclusões lógicas que se podem tirar, supondo que as seguintes proposições são verdadeiras (deverá apresentar os esquemas lógicos que permitem comprovar as conclusões a que chegou):

Se a Ana escolheu a fruta sozinha, então comeu uma laranja.

A Ana comeu uma laranja ou uma pêra.

Se a Ana comeu uma maçã, então não comeu uma pêra.

Ora, a Ana comeu uma maçã.

2. **(5.5 val.)** Considere as seguintes condições definidas em \mathbb{R} :

$$a(x) : \frac{x}{3} + \frac{1}{6} \geq \frac{3}{2} + x; \quad b(x) : \frac{2x-1}{3} + 3(x-1) = \frac{1}{3}.$$

(a) Determine o conjunto solução e classifique cada uma das condições nos universos \mathbb{R} e $\{-3, -2, -1\}$.

(b) Indique, caso exista, um universo no qual a condição $b(x)$ seja possível universal.

(c) Indique, justificando, o valor lógico das afirmações seguintes:

i. $\forall x \in \mathbb{R}, \sim a(x)$

ii. Em $\{-3, -2, -1\}$, $a(x) \Leftrightarrow b(x)$

iii. Em $\{-3, -2, -1\}$, o conjunto solução da condição $\sim [a(x) \vee b(x)] \wedge b(x)$ é $\{-1\}$.

(d) Sem recorrer ao símbolo \sim , negue a seguinte proposição:

$$\forall x \in \mathbb{R}, \frac{x}{3} + \frac{1}{6} \geq \frac{3}{2} + x \vee \frac{2x-1}{3} + 3(x-1) = \frac{1}{2}.$$

3. **(6.5 val.)** Considere, no Universo $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, os conjuntos $A = \{\text{números ímpares}\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : x > 7\}$ e $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

(a) Represente U e C em compreensão e A e B em extensão.

(b) Determine, em extensão:

$$(i) \overline{B}; \quad (ii) \overline{C}; \quad (iii) \overline{B \cup C}; \quad (iv) \overline{\overline{\overline{\emptyset \cap C \cup B}}}.$$

(c) Indique, justificando, o valor lógico da seguinte proposição: $\overline{\overline{\overline{\emptyset \cap C \cup B}}} \subset \overline{B}$.

(d) Defina, em extensão, o conjunto B^2 .

(e) No conjunto B , defina em extensão a relação binária: $S = \{(x, y) \in B^2 : x + y > 17\}$.

(f) Analise S quanto à reflexividade e à simetria.

(g) Diga o que entende por relação de ordem parcial e verifique se a relação S o é.

(h) A relação S verifica a lei da dicotomia? Justifique a sua resposta.

4. **(1.0 val.)** Será que as relações que verificam a lei da dicotomia e são simétricas nunca são transitivas? Justifique, convenientemente, a sua resposta.